سمینار آموزشی
مبانی لرزه‌زمین ساخت و تحلیل خطرنسبی زمین‌لرزه
۱۲ مرداد ۱۳۸۳

مروری بر ایجاد و انتشار امواج لرزه ای

مهدی رضاپور استادیار موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران

چکیده

قسمت کوچکی از مقدار انرژی حاصله از تغییر شکل به امواج لرزه ای تبدیل میگردد که از چشمه به خارج منتشر گشته و آشفتگی را به مناطق دور انتشار میدهد. در این مقاله با توضیح مختصر تنش و واتنیدگی، از ارتباط خطی بین تنش و واتنیدگی استفاده شده معادله حرکت امواج لرزه ای بیان می گردد. پس از تشریح انتشار امواج درونی که همان انتشار انواع آشفتگیها در محیط است انواع امواج درونی از جنبه های مختلف مقایسه میشوند. سپس با اعمال شرایط مرزی یعنی پیوستگی تنش و جابجائی در سطوح انفصال برای انتشار امواج درونی در یک محیط لایه ای، چگونگی ایجاد امواج سطحی در سطوح انفصال خصوصا سطح زمین توضیح داده میشود. مقایسه امواج درونی و سطحی نشان میدهد که بخاطر گسترش هندسی (geometrical spreading) افت دامنه در امواج درونی بیشتر از امواج سطحی است لذا امواج سطحی دارای انرژی بیشتر و قدرت تخریب بیشتری هستند. امواج سطحی بعد از وقوع یک زلزله بزرگ چندین بار کره زمین را دور زنند و برای مدت طولانی روی رکورد لرزه نگارها مشاهده میشوند.

کلید واژه ها: تنش، واتندگی ، محیط همگن والاستیک، امواج لرزه ای درونی، امواج لرزه ای سطحی

مقدمه

یک قسمت مهم زلزله شناسیEarthquake seismology یا لرزه شناسی Exploration seismology شامل مطالعه نحوه ایجاد و انتشار امواج لرزه ای که جزو امواج مکانیکی هستند میباشد. در اثر تغییر ایجاد شده در محیط، امواج لرزه ای ایجاد می شود که با استفاده از مفاهیم مکانیک پیوسته یعنی در نظر گرفتن پیوستگی تغییر حاصله در محیط، نیرو، دانسیته و جابجائی و ... نسبت به زمان ومکان، می توان نحوه ایجاد و انتشار این امواج را مطالعه کرد. با استفاده از قانون دوم نیوتن F=ma پاسخ یک محیط پیوسته به نیروهای وارده که منجر به معادله حرکت می شود را میتوان بدست آورد. جهت رسیدن به این هدف ما اول تانسور تنش که نیروهای وارده بر محیط پیوسته تغییر پذیر را بیان می کند توضیح داده، سپس با توضیح مختصر واتنیدگی و انواع آن، معادله حرکت (تنش را به جابجائی ارتباط میدهد) را بدست می آوریم. بخاطر این هدف ضرورت دارد که زمین را محیط الاستیک پیوسته (فاصله ذرات بینهایت کوچک باشد) در نظر گرفت که معادلات مکانیک را بتوان در آن بکار برد. سپس ایجاد امواج لرزه ای و انواع آنرا تشریح می کنیم.

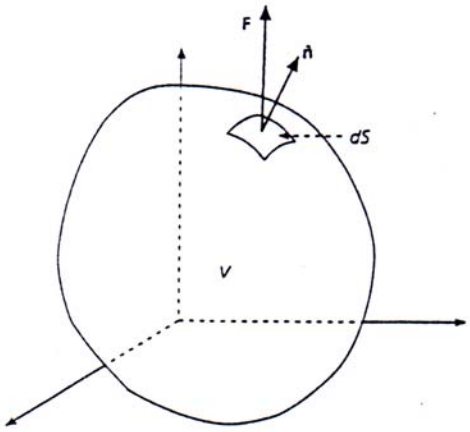
تنش Stress

در یک محیط پیوسته یک ناحیه کوچک به حجم V احاطه شده با سطح S را در نظر میگیریم بطوریکه ماده درهر دو طرف سطح وجود دارد. برای هر نقطه داخل V میتوان تنش، واتنیدگی و جابجائی را بعنوان توابع پیوسته از مختصات مکانی و زمانی تعریف کرد (شکل۱). مواد داخل V تحت تاثیر نیروهای درونی (نیروهائی که در حجم جسم توزیع میشوند مثل جاذبه) وارده بر تمام ذرات درون V و نیروهای سطحی (نیروهائی که در سطح جسم توزیع میشوند مثل فشار هیدرواستاتیک) وارده بر سطح S ناشی از مواد خارج قرار دارند. اگرF نیروی سطحی وارده روی هر المان سطح dS که بردار عمود بر آن (به طرف بیرون) n است باشد بردار تنشT (Traction vector) در هر نقطه از المان سطح را میتوان بصورت حد نسبت نیروی سطحی که در آن نقطه از محیط عمل میکند به واحد سطح در صفحه عبوری از این نقطه تعریف کرد. صفحه عبوری از این نقطه دارای جهت مشخص است.

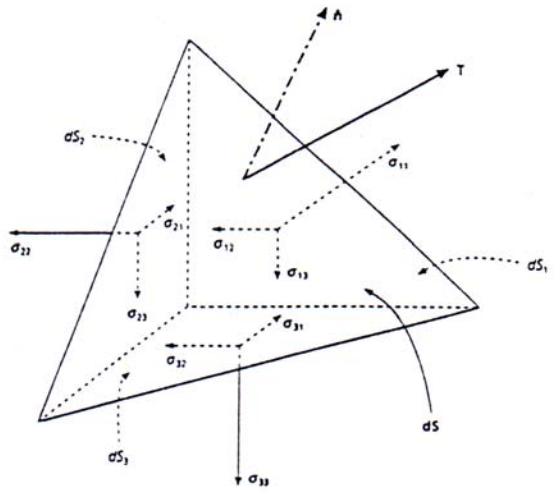
$$T_{(\hat{n})} = \lim_{dS\to 0} \frac{F}{dS} \qquad (1)$$

بردار تنش همان جهت نیرو را دارد و تابعی از بردار نرمال واحد است چون به جهت سطح بستگی دارد. سیستم نیروهای سطحی وارده بر حجم را میتوان با سه بردار تنش توصیف کرد که هر کدام روی سطحی که بر یکی از محورهای مختصات عمود است عمل میکند (شکل۲).

اگر بردار تنش وارده بر سطحی که بردار نرمال واحد آن در جهت مثبت $\hat{e}_i$ است T_i باشد T_{ij} مولفه های سه بردار تنش خواهد بود. بنابراین مجموعه ۹ مولفه را که نیروهای سطحی را توصیف میکنند میتوان به تانسور تنش σ_{ij} نسبت داد. برای یک صفحه با بردار نرمال واحد n_i ، بردار تنش بصورت زیر به تانسور تنش و بردار نرمال واحد مرتبط است [۱].



شکل۱- نیروی سطحی روی یک المان حجم V در داخل مواد. F نیروی سطحی ناشی از مواد خارج V روی هر المان سطح dS که بردار نرمال واحد آن n بطرف خارج است می باشد.



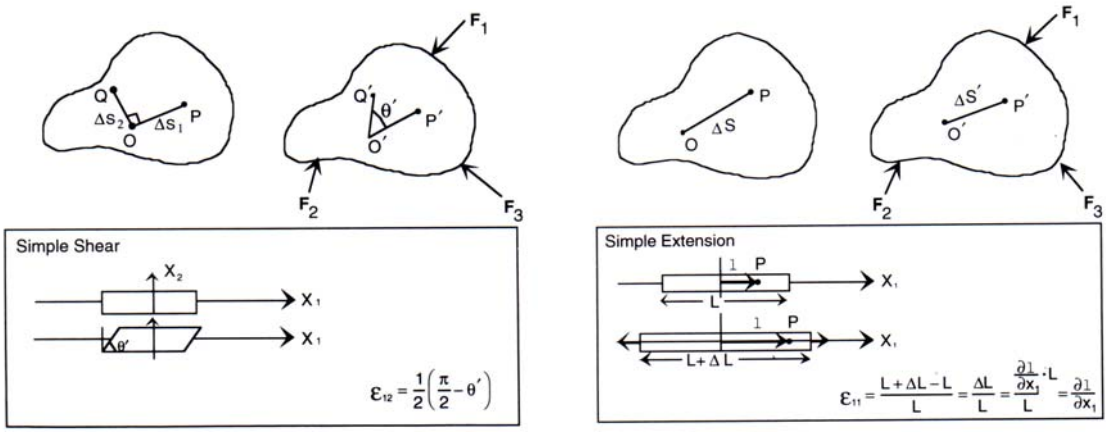
کل۲۲- مولفه های تنش روی سه وجه یک چهار وجهی با بردارهای نرمال موازی محورهای مختصات. جمع نیروها یک نیروئی منتجه روی وجه چهارم است.

$$T_i = \sum_{j=1}^{3} \sigma_{ji} n_j = \sigma_{ji} n_j \qquad (2)$$

هنگامیکه سه سطح عمود بر هم، بر محورهای مختصات عمود باشند یعنی بردارهای نرمال در امتداد محورهای مختصات باشند رابطه فوق بصورت $T_{ij} = \sigma_{ij}$ می شود. به سه مولفه قطری تانسور تنش (σ_{ij} , for i=j) تنشهای عمودی (normal stresses) و به شش مولفه غیر قطری (σ_{ij} , for i≠j) تنشهای برشی (shear stresses) نامیده می شود. تنشهای عمودی مثبت باعث افزایش حجم و تنشهای عمودی منفی باعث کاهش حجم مشوند. بنابراین مقادیر مثبت تنشهای عمودی مطابق با tension و تنش عمودی منفی مطابق با compression است. در اکثر نقاط زمین چون مواد تحت فشار ناشی از وزن سنگهای بالا قرار دارند مولفه های تنش عمودی منفی هستند. بنابراین ژئوفیزیکدانان اغلب برای قدرمطلق حداکثر مقادیر تنش منفی، تنش فشاری ماگزیم و برای قدرمطلق حداقل تنش منفی، تنش فشاری مینیمم بکار میبرند. یک خاصیت مهم تانسور تنش σ_{ij} متقارن بودن آن است یعنی $\sigma_{ij}=\sigma_{ji}$ که در اینصورت فقط شش مولفه از ۹ مولفه متفاوت میشود. واحد تنش نیرو در سطح است. در سیستم SI واحد تنش dyn/cm^2 است و در سیستم متریک N/m^2 است ($bar=10^6 dyn/cm^2$, $pa=N/m^2=10 dyn/cm^2=10^{-5} bars$).

واتنیدگی Strain

وقتی تنش وارده بر محیط از مقاومت آن تجاوز کند در محیط تغییر شکل و جابجائی ایجاد میشود بعبارتی حاصل تنش واتنیدگی است. واتنیدگی حد نسبت مقدار افزایش یا کاهش فاصله ذرات در اثر تنش اعمالی به مقدار فاصله اولیه ذرات است. بنابراین مولفه های واتنیدگی واحد ندارد. فرض کنید فاصله دو نقطه O و P از محیط قبل از اینکه محیط متحمل واتنیدگی شود برابر ΔS است وقتی در محیط در اثر تنش اعمالی واتنیدگی ایجاد شود این نقاط به O' و P' جابجا شده و فاصله آنها $\Delta S'$ میشود (شکل۳ سمت راست).



شکل۳- وقتی یک محیط تغییر می یابد باید هم تغییرات نسبی طول و هم چرخش برشی بین قسمتهای مختلف محیط را تشریح کنیم. (شکل راست) واتنیدگی عمودی را که باعث تغییر فواصل نقاط محیط میشود را نشان میدهد. (شکل چپ) واتنیدگی برشی که باعث تغییر زوایا در داخل محیط میشود را نشان میدهد [۲].

تغییر ایجاد شده میتواند تغییر در زوایا باشد وابعاد ثابت بماند(شکل۳ سمت چپ). زاویه بین پاره خطهای OQ و OP که قبل از اعمال تنش ۹۰ درجه بود پس ازاعمال تنش برشی کاهش یافته و برابر θ' شده است. طول $O'Q'$ و $O'P'$ تغییر نیافته و بترتیب برابر با OQ و OP است. بنابراین واتنیدگیهای عمودی و برشی را می توان بصورت زیر بیان کرد.

$$e_{normal} = \lim_{\Delta S \to 0} \left(\frac{\Delta S' - \Delta S)}{\Delta S}\right) , \quad e_{shear} = \frac{1}{2} \lim_{\substack{\Delta S_1 \to 0 \\ \Delta S_2 \to 0}} \left(\frac{\pi}{2} - \theta'\right) \qquad (3)$$

واتنیدگی مثل تنش دارای ۹ مولفه است که میتوان بصورت تانسور e_{ij} بیان کرد. e_{ij} طبق تعریف متقارن است $e_{ij} = e_{ji}$ در نتیجه فقط شش مولفه از ۹ مولفه متفاوت است که به مولفه های قطری واتنیدگی عمودی (normal strain, e_{ij} , for i=j) و به مولفه های غیر قطری واتنیدگی برشی (shear strain, e_{ij} , for i≠j) گویند. وقتی محیطی تحت تنش قرار گیرد فواصل ذرات بطورنسبی تغییر کرده و کم و زیاد میشود و جابجائی (displacement) ایجاد میشود. مولفه های عمودی باعث تغییر ابعاد بعبارتی تغییر حجم میشود و مولفه های برشی باعث تغییر شکل میشود. پس برای بررسی تغییر شکل و تغییر اندازه باید جابجائی ذرات را نسبت بهم بسنجیم. میدان جابجائی ایجاد شده u_i به تنهائی واتنیدگی را نمی دهد اگر میدان جابجائی گرادیان نداشته باشد یعنی میدان جابجائی یکنواخت باشد واتنیدگی ایجاد نشده است ولی اگر گرادیان داشته باشد واتنیدگی ایجاد میشود پس واتندگی همان گرادیان میدان جابجائی است.

واتنیدگی برشی یعنی تعییر شکل (distortion) بدون تغییر اندازه یا بعبارتی گرادیان میدان جابجائی در جهات غیر گرادیان است. واتنیدگی عمودی یعنی تغییر حجم (dilatation) بدون تغییر شکل یا بعبارتی گرادیان میدان جابجائی در جهت خود گرادیان است. پس تغییر شکل و تغییر حجم در جسم بستگی به مشتقات جابجائی دارد و ارتباط آنرا با تانسور واتنیدگی میتوان بصورت زیر نشان داد.

$$e_{ij} = \frac{1}{2}(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}) = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \qquad (4)$$

واتنیدگیهای عمودی یا اصلی را که باعث تغییر حجم میشوند بصورت دیورژانس جابجائی بیان میگردد.

$$\theta = e_{ii} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = \nabla.u \qquad (5)$$

واتنیدگی برشی را می توان به مجموع واتنیدگی برشی نسبی و چرخش تجزیه کرد [۳]. در اثر تنش وارده علاوه بر واتنیدگی ممکن است یک انتقال، یک چرخش و یا ترکیبی از آنها در محیط ایجاد شود که هیچیک از آنها تغییر (deformation) ایجاد نمیکند و جهت تفکیک، آنرا با تانسور چرخش ω_{ij} که نامتقارن هم است ($\omega_{ij=-}\omega_{ji}$) نشان داده و برابر با کرل میدان جابجائی است.

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2}(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}) = \frac{1}{2}(u_{i,j} - u_{j,i}) = \nabla \times u \qquad (6)$$

بنابراین مشتقات میدان جابجائی برابر با مجموع تانسور متقارن واتنیدگی و تانسور نامتقارن چرخش است.

$$u_{i,j} = e_{ij} + \omega_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) + \frac{1}{2}(u_{i,j} - u_{j,i}) \qquad (7)$$

رابطه بین تنش و واتنیدگی

ارتباط تنش با واتنیدگی از قانون هوک تبعیت میکند که در محدوده الاستیک ارتباط خطی دارند. تنش و واتنیدگی با ضرایب کشسان محیط بهم مرتبط میشوند. پس ضرایب کشسان واحد تنش را دارند. هر واتنیدگی مستقیماً متناسب با تنشی است که آنرا بوجود آورده است هر گاه چندین تنش موجود باشد، هر کدام مستقل از سایرتنشها، واتنیدگی بوجود می آورد. بنابراین واتنیدگی کل مجموع واتنیدگیهائی است که توسط تنشهای منفرد ایجاد میشوند پس هر واتنیدگی تابع خطی از تمام تنشها است و برعکس.

$$\sigma_{ij} \propto e_{kl} \rightarrow \sigma_{ij} = C_{ijkl}\, e_{kl} = C_{ijkl}\, u_{k,l} \qquad (8)$$

تعداد ضرایب کشسان C_{ijkl} باتوجه به متقارن بودن تانسورهای تنش و واتنیدگی از ۸۱ به ٥٤ و ٣٦ کاهش می یابد و متقارن بودن C_{ijkl} یعنی $C_{ijkl} = C_{klij}$ ، تعداد آنرا را به ۲۱ کاهش میدهد. اگر محیط را همگن و ایزوترپ فرض کنیم این ضرایب باز کاهش یافته و به ۲ میرسد بطوریکه اگر معادله هوک را برای یک محیط همگن وایزوترپ بنویسیم خواهیم داشت:

$$\sigma_{ij} = \lambda\delta_{ij}e_{kk} + 2\mu e_{ij} = \lambda\delta_{ij}\theta + 2\mu e_{ij} \qquad (9)$$

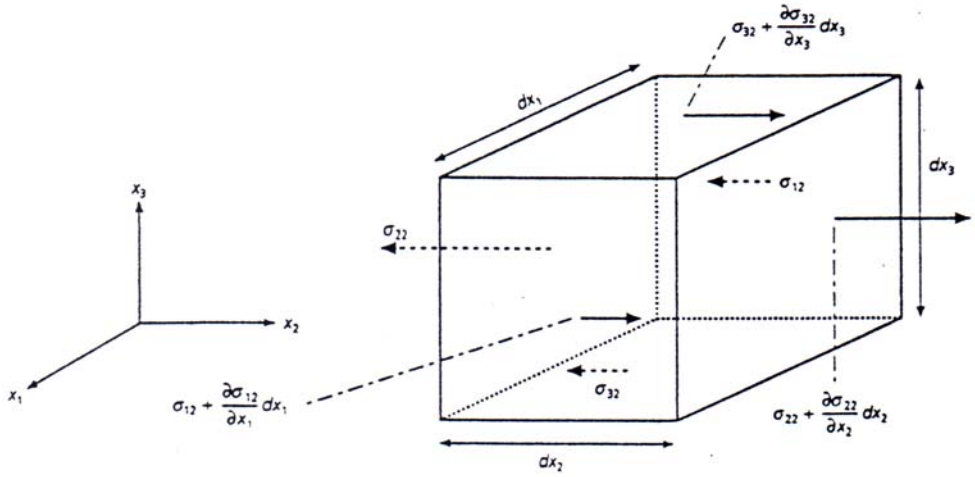
به λ و μ ضرایب لامه (Lame constands) گویند. δ_{ij} همان دلتای کرونیکر (Kronecher delta) است. و $e_{kk}=\theta=\nabla.u$ است. ضرایب الاستیک مثل ضریب یانگ (E) ، ضریب بالک(K) و ضریب برشی(μ) به رفتار محیط در مقابل تنش بستگی دارند.

معادله حرکت Equation of motion

فرض کنید نیروها بر یک المان کوچک مکعبی شکل از محیط با حجم $dx_1dx_2dx_3$ و دانسیته ρ وارد میشود (شکل٤). نیروی درونی اگر وجود داشته باشد برابر $f_i\, dx_1dx_2dx_3$ است که f_i نیرو در واحد حجم در مرکز المان است. نیروی کل وارده برابر با مجموع نیروهای سطحی وارده بر سطوح المان و نیروهای درونی است. اگر ما نیروی سطحی وارده بر سطوحی که بردار نرمال آنها $\pm e_2$ (یعنی در امتداد محور x_2 ها) است را بدست آوریم خواهیم داشت[۱].

$$\left[\sigma_{22}(x+dx_2\hat{e}_2)-\sigma_{22}(x)\right]dx_1dx_3 =$$

$$\left[\sigma_{22}(x)+\frac{\partial\sigma_{22}(x)}{\partial x_2}dx_2-\sigma_{22}(x)\right]dx_1dx_3=\frac{\partial\sigma_{22}(x)}{dx_2}dx_1dx_2dx_3 \qquad (10)$$



شکل٤- مولفه های تنش بوجود آورنده نیرو در امتداد x_2.

بطور مشابه اگر نیروهائی را که در امتداد x_2 بر سطوحی که بردار نرمال آنها $\pm e_1$ و $\pm e_2$ است بدست آورده سپس به مجموع این سه نیروی سطحی، مولفه ای از نیروی درونی را که در امتداد x_2 است اضافه کنیم مطابق قانون دوم نیوتن خواهیم داشت.

$$\left[\left(\frac{\partial\sigma_{12}}{\partial x_1}+\frac{\partial\sigma_{22}}{\partial x_2}+\frac{\partial\sigma_{32}}{\partial x_3}\right)dx_1dx_2dx_3+f_2dx_1dx_2dx_3=\rho\frac{\partial^2u_2}{\partial t^2}dx_1dx_2dx_3\right.$$

$$\sum_{j=1}^{3}\frac{\partial\sigma_{j2}}{\partial x_j}+f_2=\frac{\partial^2u_2}{\partial t^2} \qquad (11)$$

اگر معادله فوق را به سایر جهات تعمیم دهیم خواهیم داشت.

$$\frac{\partial\sigma_{ij}(x,t)}{\partial x_j}+f_i(x,t)=\rho\frac{\partial^2u_i(x,t)}{\partial t^2},\quad \sigma_{ij,j}(x,t)+f_i(x,t)=\rho\frac{\partial^2u_i(x,t)}{\partial t^2} \qquad (12)$$

به رابطه فوق معادله حرکت گفته میشود که در تمام نقاط محیط پیوسته صادق است. شتاب در نتیجه نیروی درونی و دیورژانس تانسور تنش ($\sigma_{ij,j}$) ایجاد میشود. میدان تنشی که با مکان تغییر نکند دیورژانش ندارد در نتیجه نیرو ایجاد

نمیکند. پس دیورژانش تانشور تنش، نیروی برداری ایجاد می کند که دیورژانس یک بردار هم اسکالر است. در حالتی که جسم یا محیط در حال تعادل است و شتاب هم صفر است دیورژانس تنش درست برابر نیروی درونی است $\sigma_{ij,j}$ =$-f_i(x,t)$. اگر در رابطه (۱۲) از نیروی درونی صرف نظر شود به فرم زیر در می آید که به آن معادله حرکت یکنواخت (homogeneous equation of motion) گویند.

$$\partial\sigma_{ij,j}(x,t)=\rho\frac{\partial^2 u_i(x,t)}{\partial t^2} \qquad (13)$$

این معادله، انتشار امواج لرزه ای را بجزء در محل چشمه (source) نظیر زلزله یا انفجار بیان میکند.

معادله حرکت امواج لرزه ای The seismic wave equation

عوامل ایجاد کننده زلزله را میتوان توسط یک سیستم از نیروهای درونی که در یک منطقه معین بنام کانون اعمال میشود بیان کرد و بیرون این ناحیه تنها نیروی درونی عمل کننده جاذبه است که بجزء برای امواج با پریود خیلی زیاد ($T>۶۰۰\ s$) این اثر جاذبه خیلی کوچک و قابل صرف نظر کردن است. برای یک ناحیه از محیط یکنواخت که در آنجا منبع امواج لرزه ای وجود ندارد یعنی زمانیکه امواج از منبع دور است تنشها با جابجائیها توسط homogeneous equation of motion که نیروی درونی را دربر ندارد مرتبط میشوند[۱]. در اینصورت قانون دوم نیوتن F=ma بصورت رابطه(۱۳) در می آید. برای حل معادله(۱۳)، با مولفه x در سیستم کارتزین شروع کنیم خواهیم داشت.

$$\frac{\partial\sigma_{xx}(x,t)}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{xy}(x,t)}{\partial y}+\frac{\partial\sigma_{xz}(x,t)}{\partial z}=\rho\frac{\partial u_x(x,t)}{\partial t^2} \qquad (14)$$

با ستفاده از قانون هوک ($\sigma_{xx}=\lambda\theta+2\mu e_{xx}$, $\sigma_{xy}=2\mu e_{xy}=\mu(\partial u_x/\partial y+\partial u_y/\partial x)$, …) مشتقات مولفه های تنش را بر حسب جابجایی محاسبه کرده و در رابطه بالا قرار دهیم خواهیم داشت.

$$(\lambda+\mu)\frac{\partial\theta}{\partial x}+\mu\nabla^2 u_x=\rho\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \qquad (15)$$

همینطور معادلات مشابه را برای مولفه های y و z جابجایی بدست آورده و از لاپلاسین میدان جابجایی یعنی $\nabla^2 u=(\nabla^2 u_x,\ \nabla^2 u_y,\ \nabla^2 u_z)$ استفاده کنیم فرم برداری معادله بصورت زیر خواهد بود.

$$(\lambda+\mu)u_{j,ji}+\mu u_{i,jj}=\rho\ddot{u}\ ,\ (\lambda+\mu)\nabla(\nabla.u(x,t))+\mu\nabla^2 u(x,t)=\rho\ddot{u}(x,t) \qquad (16)$$

معادله فوق را میتوان با استفاده از رابطه $\nabla\times(\nabla\times f)=\nabla(\nabla.f)-\nabla^2 f$ به فرم زیر در آورد.

$$(\lambda+2\mu)\nabla(\nabla.u(x,t))-\mu\nabla\times(\nabla\times u(x,t))=\rho\ddot{u}(x,t) \qquad (17)$$

در این معادله دیفرانسیل درجه دوم از مختصات مکانی و زمانی، عبارت اول گرادیان دیورژانس جابجائی و عبارت دوم هم لاپلاسین جابجائی است بعبارتی عبارت اول گرادیان dilatation و عبارت دوم کرل تانسور چرخش است. اگر میدان جابجائی را با استفاده از قضیه Helmholtz بصورت مجموع گرادیان یک پتانسیل اسکالر و کرل یک پتانسیل برداری در نظر بگیریم ($u=\nabla\Phi+\nabla\times\Psi$) که $\nabla\times\Phi=0$ یعنی بدون تغییر شکل(distortion) و $\nabla.\Psi=0$ یعنی بدون تغییر حجم است. پس از جایگزینی جابجائی با پتانسیل رابطه فوق بصورت زیر خواهد بود.

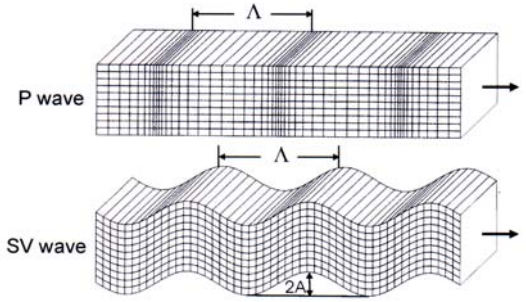
$$\nabla[(\lambda+2\mu)\nabla^2\Phi(x,t)-\rho\frac{\partial^2\Phi(x,t)}{\partial t^2}]=-\nabla\times[\mu\nabla^2\Psi(x,t)-\rho\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial t^2}] \qquad (18)$$

انواع امواج لرزه ای Types of seismic waves

اساسا دونوع امواج لرزه ای وجود دارد. امواج درونی یا حجمی (body waves) که داخل زمین منتشر میشوند. امواج سطحی (surface waves) که در سطح آزاد زمین ویا در طول سایر ناپیوستگیهای زمین منتشر میشوند. امواج درونی ایجاد شده توسط چشمه در تمام جهت منتشر میشود (free waves) در حالیکه امواج سطحی بعد از برخورد امواج درونی به ناپیوستگی شروع به انتشار در مرز لایه می کند. امواج سطحی همیشه نزدیک سطوح ناپیوستگی متمرکز شده وبه همین خاطر بعضا به آنها امواج به تله افتاده یا امواج راهنما (bounded waves or guided waves) هم گویند. بعبارت دیگر در محیطهای همگن (homogeneous media) یا محیطهای بدون ناپیوستگی امواج سطحی وجود ندارد.

امواج درونی:

امواج درونی با سرعت بیشتر نسبت به امواج سطحی منتشر میشوند و دو نوع هستند: امواج طولی و عرضی. اگر جهت حل معادله (۱۸) حالت خاص در نظر بگیریم یعنی فرض کنیم که در محیط جابجائی و انتشار فقط در یک جهت مثلا در امتداد محور x ها است متوجه میشویم آشفتگی ایجاد شده با سرعت $v=[(\lambda+2\mu)/\rho]^{1/2}$ منتشر میشود که همان موج طولی است (جابجائی ذرات در راستای انتشار میباشد) و در حالتی که فرض کنیم جابجائی فقط در امتداد محور yها و انتشار در امتداد محور xها است. جواب بدست آمده نشان میدهد که آشفتگی ایجاد شده با سرعت $v=(\mu/\rho)^{1/2}$ که همان موج عرضی است (جابجائی ذرات عمود بر راستای انتشار است) منتشر میشود (شکل۵).



شکل۵- جابجائی ناشی از موج P (بالا) و موج S (پائین) که در یک محیط ایزوتروپ همگن منتشر میشوند. Λ طول موج و ۲A دو برابر دامنه جابجائی (peak-to-peak amplitude) را نشان میدهد.

یک جواب ساده برای معادله(۱۸)، می توان از مساوی صفر قرار دادن هر دو عبارت داخل کروشه بدست آورد. در اینصورت ما برای هر پتانسیل یک معادله خواهیم داشت.

$$\nabla^2\Phi = \frac{1}{\alpha^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} \qquad (19)$$

$$\nabla^2\Psi = \frac{1}{\beta^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} \qquad (20)$$

که $\alpha=[(\lambda+2\mu)/\rho]^{1/2}=[(K+4\mu/3)/\rho]^{1/2}$ و $\beta=(\mu/\rho)^{1/2}$ است. این جوابها همان امواج درونی (طولی و عرضی) هستند. چون آشفتگی ایجاد شده درکل حجم جسم منتشر میشوند.

امواج P: رابطه(۱۹) معادله موج طولی (longitudinal wave) را نشان میدهد و چون از انتشار آشفتگی تغییر حجم ایجاد میشود به آن امواج تغییرحجمی یا تراکمی(dilatation or compressional waves) نیز گویند. همچنین چون ضرایب کشسان λ و μ و ضریب بالک K همیشه مثبت هست پس α همیشه از β بیشتر است و بهمین خاطر به این دسته از امواج حجمی امواج اولیه primary wave (چون زودتر به ایستگاه لرزه نگاری می رسند) یا موج P گویند. امواج P از نظر جهت ارتعاش ذرات و انتشار به امواج صوتی شبیه هستند لذا وقتی انرژی از عمق به سطح زمین میرسد ممکن است قسمتی از امواج P به امواج صوتی تبدیل و در هوا با فرکانسی که در محدوده شنوائی انسان وحیوانات است منتشر شود.

امواج S: رابطه(۲۰) معادله امواج عرضی(transversal waves) را نشان میدهد و چون از انتشار آشفتگی تغییر شکل ایجاد میشوند به آن امواج تغییرشکلی یا برشی(distortional waves or shear waves) نیز گویند. همچنین چون β همیشه از α کمتر است این امواج دیرتر از امواج P به ایستگاه لرزه نگاری می رسد و به آن امواج ثانویه (secondary waves) یا موج S گویند. امواج S از نظر جهت ارتعاش ذرات و انتشار به امواج نور یا الکترومغناطیس (light or electromagnetic waves) شبیه هستند. با عبور موج S المانهای حجم متحمل چرخش در صفحه ای که عمود بر مسیر انتشار (ray path) است شده و تغییر حجم ایجاد نمیشود چون β به ضریب بالک بستگی ندارد و به همین خاطر بعضی اوقات به امواج برشی S امواج چرخشی (rotational waves) یا هم حجمی (equivoluminal waves) گویند. چون سرعت موج برشی با ریشه دوم ضریب سختی (μ) متناسب است این موج از مایعات ایده ال که برای آنها $\mu=0$ است عبور نمیکند.

جبهه موج برای امواج درونی ناشی از چشمه نقطه ای (مثل انفجار) کروی است. وقتی موج از منبع دور میشود سطح جبهه موج یعنی $4\pi r^2$ با فاصله افزایش می یابد در نتیجه دامنه امواج متناسب با r^{-1} و دانسیته انرژی روی جبهه موج متناسب با r^{-2} کاهش مییابد. وقتی فاصله از منبع زیاد است میتوان یک قسمت محدود از جبهه موج را مسطح (تخت) در نظر گرفت.

حال جهت سادگی فرض می کنیم که امواج درونی تخت در امتداد محور z ها منتشر میشود. پتانسیل های اسکالر و برداری که برای یک هارمونیک ازامواج تخت P و S در معادلات (۱۹) و (۲۰) صدق میکند را میتوان بصورت زیر بیان کرد [۱].

$$\Phi(z,t) = A\exp(i(\omega t - kz)) \qquad (21)$$

$$\Psi(z,t) = (A_x, A_y, A_z)\exp(i(\omega t - kz)) \qquad (22)$$

که گرادیان پتانسیل اسکالر و کرل پتانسیل برداری جابجائی حاصله را میدهد.

$$u(z,t) = \nabla\Phi(z,t) = (0,0,-ik)A\exp(i(\omega t - kz)) \qquad (23)$$

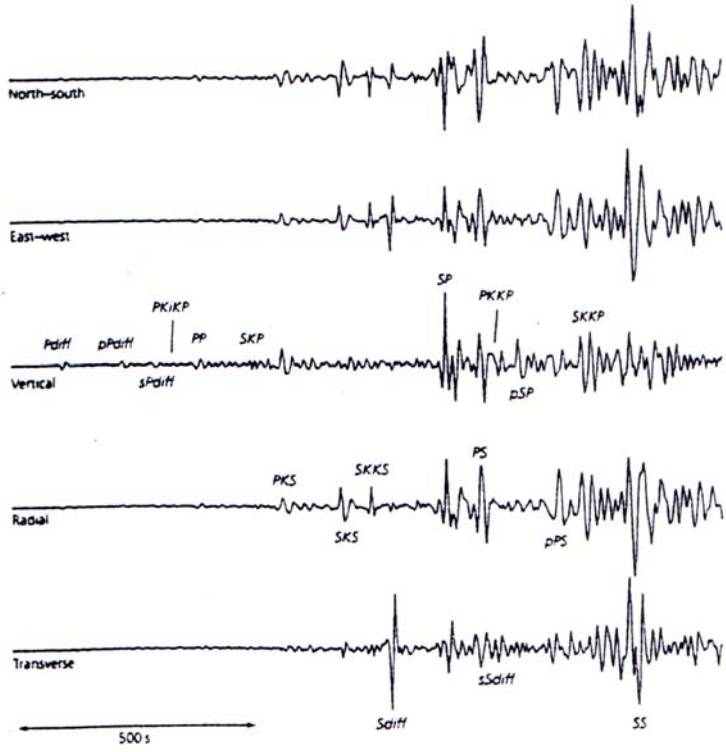
$$u(z,t) = \nabla\times\Psi(z,t) = (ikA_y, -ikA_x, 0)\exp(i(\omega t - kz)) \qquad (24)$$

برای پتانسیل اسکالر، مولفه غیر صفر در امتداد جهت انتشار است و dilatation مربوطه هم غیر صفر بوده ($\nabla.u(z,t)=-k^2A\exp(i(\omega t-kz))$) و یک تغییر حجم رخ میدهد. برعکس مولفه پتانسیل برداری در امتداد z صفر است یعنی مولفه $\Psi(z,t)$ در جهت انتشار موج (A_z) هیچ اثری روی میدان جابجائی ندارد. بنابراین مساوی صفر بودن A_z ضرورت $\nabla.\Psi(z,t)=0$ را تائید میکند و فقط A_x و A_y در جابجائی مشارکت دارند. موج برشی باعث تغییر حجم نمیشود چون $\nabla.u(z,t)=0$ (u ناشی از پتانسیل Ψ) است.

جابجائی همراه با انتشار موج S عمود بر جهت انتشار موج بوده و در دو جهت x و y است. بنابراین ذرات در امواج S بر خلاف امواج P که فقط یک درجه آزادی و در راستای انتشار موج دارند دارای دو درجه آزادی هستند. ما محور z را بعنوان امتداد قائم و جهت صفحه x-z را در طول دایره بزرگ (great circle) که چشمه را به گیرنده وصل میکند بعنوان جهت انتشار در نظر میگیریم. در نتیجه موج S غالبا به مولفه هایی که جابجائی ذرات در آنها بصورت موازی و عمود بر سطح زمین می باشد تجزیه میشود. این مولفه ها بترتیب به موجهای SH و SV معروفند. از آنجا که دو درجه آزادی موج S مستقل هستند ممکن است موج S تنها متضمن حرکت در یک صفحه مثل حرکت SH یا SV باشد چنین موجی را موج پلاریزه تخت یا قطبیده تخت (plan polarized) گویند. سرعت امواج P و S مستقل از فرکانس است وانتشار این امواج در محیط با پدیده پاشش (dispersion) همراه نخواهد بود ولی چون سرعت انتشار به خصوصیات محیط انتشار بستگی دارد لذا اثرات anelastic محیط میتواند باعث شود که سرعت امواج P و S به فرکانس بستگی داشته باشند.

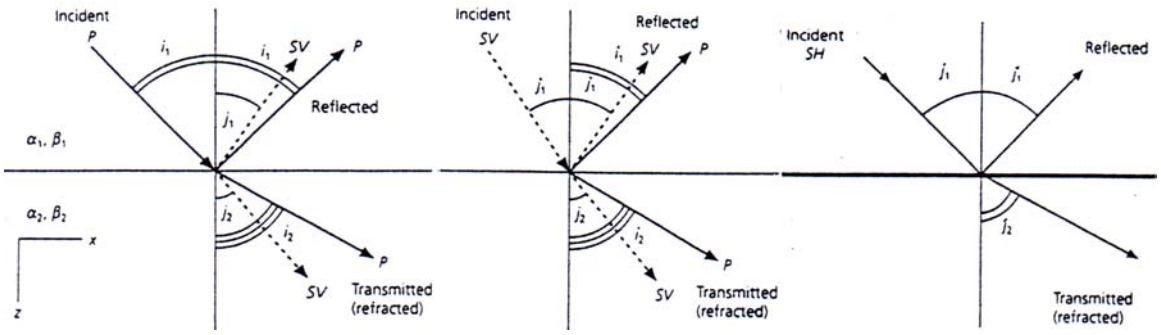
معمولا مولفه های ثبت کننده حرکات افقی لرزه سنج را در امتداد های شمال- جنوب N-S و شرق- غرب E-W قرار میدهند و بندرت این امتدادها دقیقا با امتداد پولاریزاسیون امواج SV و SH رسیده به لرزه سنج منطبق میشود. در نتیجه رکوردهای مربوط به مولفه های افقی را می چرخانند. امتداد منبع تا گیرنده را که مطابق با امتداد جابجائی موج SV است امتداد شعاعی (radial direction) و لرزه نگاشت چرخیده شده به این امتداد را مولفه شعاعی گویند. بطور مشابه امتداد منطبق بر جهت جابجائی موج SH راستای عرضی (transverse direction) و لرزه نگاشت چرخیده شده به این راستا را مولفه transverse گویند (شکل٦).

شکل٦ رکودهای ثبت شده از یک زلزله، همچنین مولفه های N-S و E-W که بترتیب به مولفه های radial و transverse چرخانده شده اند را نشان میدهد. همانطوریکه این شکل نشان میدهد فازهای تبدیلی (P به SV و برعکس) و فازها حاصله از موج SV در مولفه شعاعی و فازهای حاصله از موج SH در مولفه transverse دارای انرژی بیشتری در مقایسه با مولفه های بترتیب N-S و E-W هستند. با وقوع زلزله هر دو موج P و S ایجاد میشود که دامنه موج S بیشتر است و بهمین خاطر قدرت تخریب موج S در مقایسه با موج P بیشتر است.



شک٦- لرزه نگاشتهای ثبت شده در ایستگاه Harward بفاصله $^{\circ}$۱۱۰ از یک زلزله عمیق (۵۹۷ کیلومتر) که در ۲۳ اوت ۱۹۹۵ در گودال ماریانا (Mariana trench) بوقوع پیوست. فازهای موج P روی مولفه عمودی، فازهای موج SV روی مولفه شعاعی، و فازهای موج SH روی مولفه transverse بخوبی مشاهده میشوند[۱].

ما انتشار امواج درونی در یک محیط همگن وایزوتروپ را بررسی کردیم. اما زمین یک محیط همگن و ایزوتروپ نیست. علاوه بر نا همگنی جانبی (laterally heterogeneous) با عمق هم ناهمگن وآنیزوتروپ بوده و دارای ناپیوستگیهای بارزی است بعبارتی یک محیط لایه ای است. جهت بررسی انتشار امواج لرزه ای در چنین محیطی فرض میکنیم محیط انتشار یک محیط لایه ای (layered medium) است که هر لایه همگن و ایزوتروپ است یعنی ضمن اینکه سرعت امواج لرزه ای، و دانسیته دو لایه طرفین سطح انفصال متفاوت است این پارامترها در تمام قسمت هر لایه ثابت است. وقتی امواج درونی P، SV و SH منتشره به سطوح ناپیوستگی میرسند طبق قانون اسنل و تحت شرایط مرزی (پیوستگی تنش و جابجائی در دو طرف سطح انفصال) منعکس و منکسر میشوند. زاویه تابشی (incident angle) ، ضرایب انعکاسی و انکساری این تقسیم بندی انرژی را کنترل میکنند. امواج تابشی پس از برخورد به سطح انفصال ضمن انعکاس و انکسار به همان صورت تابشی (P، SV و SH) بهمدیگر تبدیل میشوند. موج تابشی P میتواند بصورت SV منعکس ومنکسر شود و برعکس موج تابشی SV پس از برخورد به سطح ناپیوستگی بصورت موج P منعکس و منکسر شود. شکل۷ شماتیکی از انعکاس، انکسار و تبدیل امواج درونی هنگام برخورد به سطح انفصال دو محیط جامد (solid-solid interface) را نشان میدهد. هنگام انعکاس و انکسار امواج P به SV و بر عکس امواج SV به امواج P تبدیل میشوند. ولی تبدیل اموج SH به P و یا SH به SV و برعکس صورت نمی گیرد برای اطلاعات بیشتر به منابع [۱] و [٤] رجوع شود.



شکل۷- چگونگی انکسار، انعکاس و یا تبدیل احتمالی امواج منتشره P، SV و SH هنگام برخورد به سطح انفصال دو محیط جامد (solid-solid interface).

امواج سطحی **Surface waves**

روی لرزه نگاشت پس از اولین رسید امواج درونی P و S ، فازهای انعکاسی و انکساری و یا تبدیلی امواج درونی مشاهده میشود. بعد از فازهای امواج درونی، امواجی که معمولا پریود بلند دارند و دارای دامنه زیادی هستند روی لرزه نگاشت مشاهده میشود و به آنها امواج سطحی گویند که انرژی زیادی هم دارند. انرژی امواج سطحی بیشتر در سطح زمین (free surface) متمرکز است لذا دارای قدرت تخریب بیشتری هم هستند. امواج سطحی چون در اطراف مرز لایه و سطح زمین تشکیل میشوند لذا انتشار آنها مثل امواج کروی (امواج درونی) نیست بلکه مثل امواج استوانه ای است. دامنه امواج سطحی با فاصله متناسب با $r^{-1/2}$ و دانسیته انرژی روی جبهه موج متناسب با r^{-1} کاهش می یابد. بنابراین در فواصل دور از چشمه امواج غالب روی لرزه نگاشت امواج سطحی هستند. جالبترین اختلاف بین امواج درونی و سطحی در اینست که بخاطر متفاوت بودن میرائی دامنه آنها، امواج سطحی می توانند پس از وقوع زلزله بزرگ چندین بار کره زمین را دور زنند (multiple surface waves). امواج سطحی پاشش (dispersion) دارند.

امواج سطحی دو نوعند: امواج رایلی (Rayleigh waves) و امواج لاو (Love waves) ، و بترتیب با LR و LQ نشان داده میشوند. این دو موج سطحی روی جبهه موج از نظر جابجائی ذرات (particle motion) قابل تفکیک هستند. قبلا دیدیم جابجائی ذرات در جبهه موج امواج درونی دارای سه مولفه عمود بر هم شامل ارتعاش طولی (ناشی از موج P) موازی با امتداد انتشار موج، ارتعاش عرضی عمودی (ناشی از موج SV) واقع در صفحه عمودی که مسیر انتشار را در بر دارد، و ارتعاش عرضی افقی (ناشی از موج SH) است. این مولفه های جابجائی ذرات محدود به لایه های سطحی زمین بوده و دو موج سطحی ذکر شده را بوجود می آورند. امواج رایلی از تداخل و ترکیب امواج P و SV در سطح بوجود می آید و جابجائی ذرات در صفحه عمودی که مسیر انتشار را در بر دارد قرار دارد. امواج لاو از به تله افتادن انرژی امواج SH نزدیک سطح ایجاد میشود و جابجائی ذرات آن افقی و عمود بر مسیر انتشار است (شکل۸a). جابجائی ایجاد شده توسط امواج سطحی با عمق بصورت نمائی کاهش می یابد. ایجاد امواج سطحی بوجود سطح آزاد ارتباط دارد اگر چه آنها توسط سایر سطوح انفصال بین لایه ای با خواص الاستیکی مختلف تحت تاثیر

قرار می گیرند. همچنین امواج دیگری که خصوصیات امواج سطحی را دارند مثل امواج stonly در سطح انفصال دو محیط الاستیک بوجود می آید.

امواج رایلی: فرض می کنیم پتانسیلهای P و SV انعکاسی از سطح آزاد در صفحه x-z منتشر میشوند و از تداخل آنها امواج سطحی رایلی ایجاد شده و با سرعت ظاهری c_x در طول سطح آزاد یعنی در صفحه $z=0$ در جهت محور x ها منتشر میشود. بطوریکه دامنه آن با عمق (جهت مثبت محور z ها) بصورت نمائی کاهش می یابد. ما فقط امواج P و SV را در نظر میگیریم چون شرایط مرزی سطح آزاد برای آنها صدق میکند و با SH ناسازگارند. در اینصورت پتانسیلهای P و SV را میتوان بصورت زیر بیان کرد [۱ و ۵].

$$\Phi = A\exp(i(\omega t - k_x x - k_z r_\alpha z)),\ \text{where}\ \ r_\alpha = (c_x^2/\alpha^2 - 1)^{1/2}$$
$$\Psi = B\exp(i(\omega t - k_x x - k_x r_\beta z)),\ \text{where}\ \ r_\beta = (c_x^2/\beta^2 - 1)^{1/2} \qquad (25)$$

در اینجا منظور از پتانسیل برداری Ψ فقط موج SV میباشد. برای اینکه تداخل دو پتانسیل مذکور انرژی به تله افتاده در مجاور سطح آزاد را بوجود آورد باید دو شرط: عدم انتشار انرژی بطرف بیرون و شرایط مرزی سطح آزاد صدق کنند. برای اینکه دامنه موج رایلی حاصله از تداخل دو پتانسیل P و SV با افزایش عمق ($z\to\infty$) کاهش یابد باید ضرایب z در روابط(۲۵) یعنی $-ik_x r_\alpha$ و $-ik_x r_\beta$ حقیقی و مثبت باشند از طرفی شرط $c_x<\beta<\alpha$ ایجاب میکند که r_α و r_β موهومی باشند یعنی $r_\alpha = i(1-c_x^2/\alpha^2)^{1/2}$ و $r_\beta = i(1-c_x^2/\beta^2)^{1/2}$.

حال اول جابجائی ناشی از امواج P و SV را در صفحه x-z یعنی $u_x = u_x^P + u_x^{SV} = \phi_{,x} - \psi_{,z}$ و $u_z = u_z^P + u_z^{SV} = \phi_{,z} + \psi_{,x}$ را با در نظر گرفتن اینکه جابجائی مستقل از y است بر حسب پتانسیلها محاسبه میکنیم. سپس مشتقات جابجائی مورد نیاز در رابطه هوک را محاسبه کرده و شرط صفر بودن تنش در سطح آزاد را ($\sigma_{xz}=\sigma_{zz}=0,\ z=0$) اعمال کنیم خواهیم داشت.

$$2r_\alpha A + (1+r_\beta^2)B = \sigma_{xz}(x,0,t) = 0$$
$$[\lambda(1+r_\alpha^2) + 2\mu r_\alpha^2]A + 2\mu r_\beta B = \sigma_{zz}(x,0,t) = 0 \qquad (26)$$

با استفاده از $(1+r_\alpha^2) = c_x^2/\alpha^2$ و تعاریف α و β در رابطه فوق یک سیستم معادلات خطی همگن بصورت زیر حاصل میشود.

$$2(c_x^2/\alpha^2 - 1)^{1/2} A + (2 - c_x^2/\beta^2)B = 0$$
$$(c_x^2/\beta^2 - 2)A + 2(c_x^2/\beta^2 - 1)^{1/2} B = 0 \qquad (27)$$

شرط وجود جواب برای این سیستم، مساوی صفر بودن دترمینان سیستم است که خواهیم داشت.

$$(2 - c_x^2/\beta^2)^2 + 4(c_x^2/\beta^2 - 1)^{1/2}(c_x^2/\alpha^2 - 1)^{1/2} = 0 \qquad (28)$$

این معادله بنام معادله رایلی معروف است که رایلی در سال ۱۸۸۷ میلادی برای اولین بار آنرا حل کرد. از چهار ریشه این معادله فقط یکی شرط $0<c_x<\beta$ را در بر دارد. برای نسبت پواسن تقریبا برابر ۰،۲۵ یعنی $\lambda=\mu$ دترمینان برابر میشود با:

$$(c_x^2/\beta^2)[c_x^6/\beta^6 - 8c_x^4/\beta^4 + (56/3)c_x^2/\beta^2 - 32/3] = 0 \qquad (29)$$

اگر از جواب $c_x^2/\beta^2 = 0$ صرفنظر کنیم معادله فوق یک معادله درج سوم از c_x^2/β^2 با ریشه ای ٤ ، ٢+٢/√٣ ، و ٢+٢/√٣≈٠،٨٤٥ است که فقط برای ریشه آخر شرط $c_x<\beta$ برقرار است. بنابراین با در نظر گرفتن نسبت پواسن مساوی ٠،٢٥ ، سرعت ظاهری امواج رایلی در نیم فضای همگن برابر $c_x=٠،٩٢\beta$ یعنی اندکی کمتر از سرعت موج برشی میشود. برای نسبت پواسن برابر ½ محیط مایع است μ ، β و $c_x=L_R$ برابرصفر هستند. بنابراین امواج رایلی در نیم فضای مایع ایجاد نمیشود.

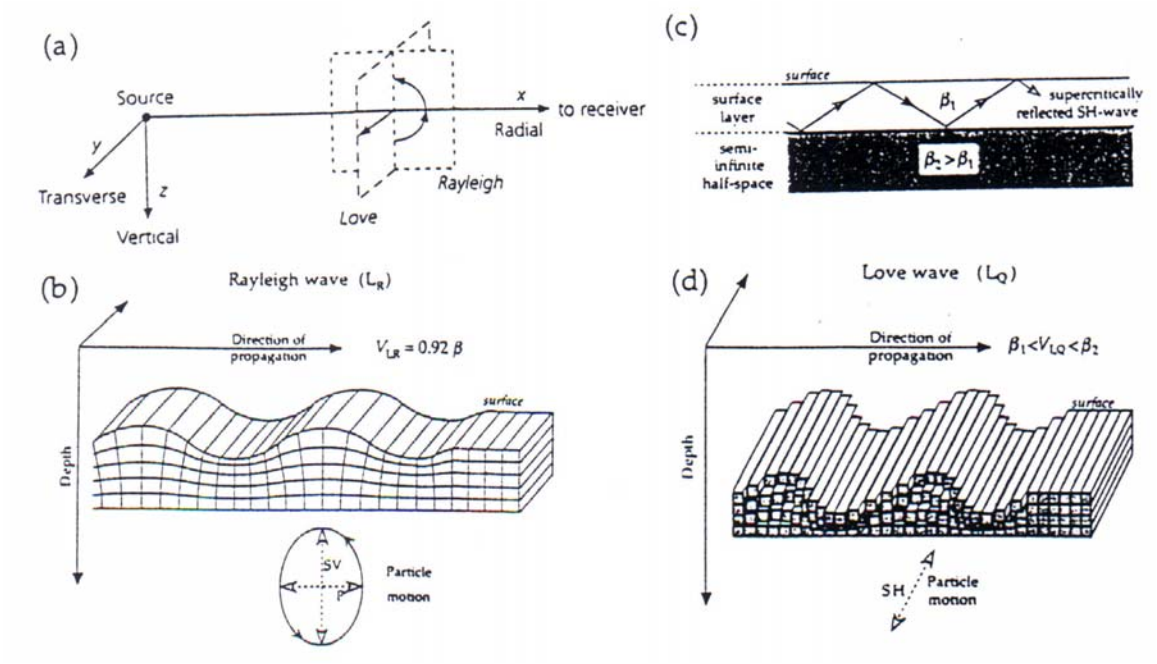
برای یک حالت خاص نسبت پواسن مساوی٠،٢٥ ، ما خواهیم داشت $c_x=٠،٩٢\beta$ ، $r_\alpha=-٠،٨٥i$ و $r_\beta=-٠،٣٩i$. از رابطه(٢٧) $B=١،٤٧iA$ میشود. با قرار دادن این مقادیر جابجایهای u_x و u_z را حساب کرده و فقط قسمت حقیقی آنها را انتخاب کنیم خواهیم داشت.

$$u_X = Ak_X \sin(\omega t - k_X x)[\exp(-0.85\,k_X z) - 0.58\exp(-0.39\,k_X z)]$$
$$u_Z = Ak_X \cos(\omega t - k_X x)[-0.85\exp(-0.85\,k_X z) + 1.47\exp(-0.39\,k_X z)] \qquad (30)$$

هر دو مولفه جابجائی، توابع سینوسی از $(\omega t - k_x x)$ هستند یعنی هارمونیکهائی با طول موج افقی $\lambda_x = 2\pi/k_x$ که در جهت $+x$ منتشر میشوند. جابجائی متناسب با $\exp(-k_x z)$ با افزایش عمق کاهش مییابد. در سطح $z=٠$ مولفه های جابجائی برابر میشود با

$$u_X = 0.42Ak_X \sin(\omega t - k_X x)$$
$$u_Z = 0.62Ak_X \cos(\omega t - k_X x) \qquad (31)$$

چون امواج رایلی مولفه عرضی (u_y) ندارد آن در صفحه قائم پولاریزه میشود و مولفه افقی و قائم نسبت بهم اختلاف فاز $\pi/2$ دارند بنابراین حرکت ذرات بصورت بیضوی است (شکل٨b). اگر روابط فوق را برای یک سیکل کامل (٠ تا $T=2\pi/\omega$) حساب کنیم یعنی بجای t مقادیر ٠ تا $2\pi/\omega$ را قرار دهیم جابجائی ذرات بصورت یک بیضوی پسگرا (retrograde ellipse) که قطر بزرگ آن در جهت قائم است تشکیل میشود. وابستگی مولفه ها به عمق در رابطه(٢٩) مشخص است برای عمق برابر $z=٠،١٩\lambda_x$ مقدار مولفه u_x برابر صفر شده و برای اعماق بیشتر جهت جابجائی آن عوض میشود و حرکت ذرات prograde میشود. همیشه مقدار مولفه u_z از u_x بیشتر است. همانطوریکه مشاهده شد برای نیم فضای همگن سرعت موج رایلی به فرکانس وابستگی ندارد و برای یک محیط پیچیده آن به فرکانس وابسته بوده و پدیده دیسپرسیون رخ میدهد.



شکل۸- (a) شماتیک انتشار امواج سطحی در یک صفحه قائم که چشمه و گیرنده را در بر دارد. امواج رایلی روی مولفه عمودی و شعاعی و امواج لاو روی مولفه عرضی (transverse) مشاهده میشوند. (b) حرکت ذرات در امواج رایلی منتجه از ترکیب ارتعاشات P و SV در صفحه قائم بوده و ذرات بصورت بیضوی پسگرا که محور اصلی آن قائم است حرکت میکند. (c) وجود یک لایه کم سرعت روی لایه با سرعت بیشتر (نیم فضا) شرط به تله افتادن انرژی امواج SH و ایجاد امواج لاو در سطح انفضال دو لایه است. (d) در موج لاوحرکت ذرات افقی و عمود بر جهت انتشار موج است و دامنه آن بصورت نمائی با افزایش عمق کاهش می یابد [٦].

امواج لاو: امواج لاو از تداخل امواج SH انعکاسی بوجود می آید و برخلاف امواج رایلی در سطح نیم فضای همگن بوجود نمی آید بلکه برای ایجاد آن ساختاری که سرعت در آن با عمق تغییر می کند نیاز است. فرض میکنیم یک لایه کم سرعت بالای نیم فضا با سرعتهای β_1 و β_2 که $\beta_2>\beta_1$ است قرار دارد (شکل۸c). از تداخل امواج SH که از بالا و پایین لایه کم سرعت بازتاب کلی یافته (supercritical reflection) امواج لاو بوجود می آید که با سرعت $\beta_1<V_{LQ}<\beta_2$ منتشر میشود و جهت جابجائی ذرات روی جبهه موج لاو مثل موج SH بصورت افقی و عمود بر جهت انتشار است (شکل۸d). اگر مشابه امواج رایلی پتانسیلها ناشی از موج SH در طرفین مرز لایه کم سرعت و نیم فضا را بنویسیم خواهیم داشت.

$$u_y^-(x,z,t) = B_1 \exp(i(\omega t - k_x x - k_x r_{\beta_1} z)) + B_2 \exp(i(\omega t - k_x x - k_x r_{\beta_1} z))$$

$$u_y^+(x,z,t) = B' \exp(i(\omega t - k_x x - k_x r_{\beta_2} z)) \qquad (32)$$

مثل قبل باید شرایطی اعمال کرد تا انرژی هنگام انتشار به طرف نیم فضا منتشر نشود. اگر ضریب z یعنی $-ik_x r_{\beta_2}$ حقیقی و منفی باشد با $z\to\infty$ انرژی در اطراف سطح انفصال به تله می افتد. این شرایط زمانیکه $c_x<\beta_2$ است رخ میدهد که در آنصورت $r_{\beta_2} = -i(1-c_x^2/\beta_2^2)^{1/2} = -ir^*_{\beta_2}$ میشود.

حال با اعمال شرایط مرزی در سطح آزاد و سطح انفصال لایه بالا با نیم فضا مقادیر B_1 ، B_2 و B' را میتوان تعیین کرد. در سطح $Z=0$ بردار تنش باید صفر باشد ($\sigma_{yz}=0$) و همچنین در سطح انفصال لایه بالا با نیم فضا ($z=h$ میباشد که h ضخامت لایه بالائی است) جابجائی و مولفه σ_{yz} تنش باید پیوسته باشد در اینصورت خواهیم داشت.

$$\sigma_{yz}(x,0,t) = \mu_1(\partial u_y^- / \partial z) = \mu_1(ik_x r_{\beta_1})(B_2 - B_1)\exp(i(\omega t - k_x x)) = 0$$

$$B_1[\exp(-ik_x r_{\beta_1} h) + \exp(ik_x r_{\beta_1} h)] = B'\exp(-ik_x r\beta_2 h)$$

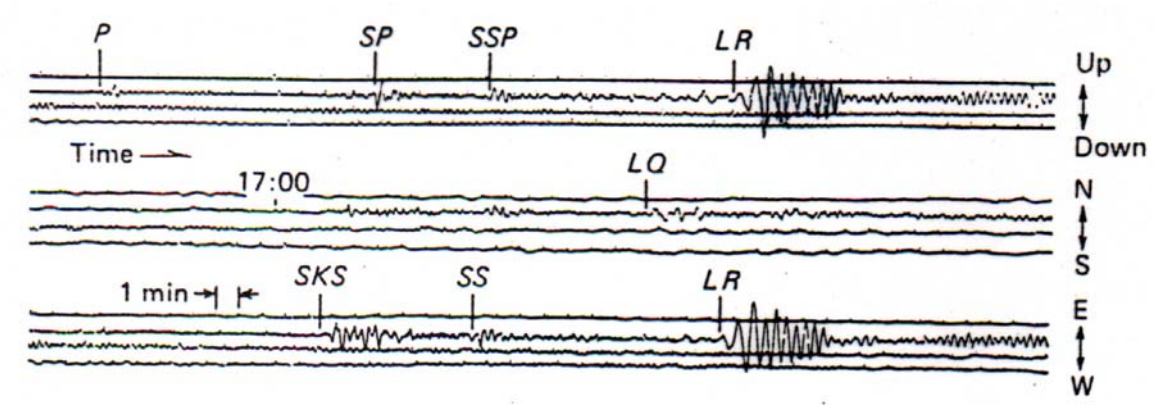
$$\mu_1(-ik_x r_{\beta_1})B_1[\exp(-ik_x r_{\beta_1} h) - \exp(ik_x r_{\beta_1} h)] = \mu_2(-ik_x r_{\beta_2})B'\exp(-ik_x r_{\beta_2} h) \qquad (33)$$

که پس از حل فرم نهائی بصورت زیر خواهد. برای جزئیات بیشتر به منابع [۱ و ۵] مراجعه شود.

$$\tan(k_x r_{\beta_1} h) = (-\mu_2 r_{\beta_2})/(i\mu_1 r_{\beta_1}) = (\mu_2 r^*_{\beta_2})/(\mu_1 r_{\beta_1}) \qquad (34)$$

سرعت موج لاو به فرکانس وابستگی دارد در نتیجه پدیده dispersion رخ میدهد. سرعت امواج لاو با طول موجها کوتاه نزدیک به سرعت موج برشی در لایه کم سرعت یعنی β_1 است، و سرعت امواج لاو با طول موجهای بیشتر به سرعت موج برشی در لایه با سرعت زیاد (نیم فضا) یعنی β_2 نزدیک است.

سرعت امواج لاو بیشتر از امواج رایلی است لذا در لرزه نگاشت قبل از امواج رایلی و بعد از امواج درونی مشاهد میشوند. با توجه به پولاریزاسیون امواج رایلی و لاو بترتیب در مولفه های شعاعی و transverse براحتی قابل مشاهده هستند. البته امواج رایلی توسط هر دو مولفه شعاعی و عمودی ثبت میشوند ولی امواج لاو فقط در مولفه transverse ثبت میشود. شکل ۱۰ رکورد سه مولفه ای ایستگاه لرزه نگاری Berkely به فاصله 88° از زلزله New Ireland در هفتم می ۱۹۷۲ را نشان میدهد که امواج درونی و سطحی بوضوح روی آن قابل مشاهده است.



شکل۹- لرزه نگار سه مولفه ای ایستگاه Berkeley از یک زلزله به فاصله 88° که در هفتم می ۱۹۷۲ در New Ireland رخداد [۷].

منابع References

[1] Stein, S., and M. Wysession, (2003). An introduction to Seismology, Earthquakes, and Earth Structure, Blackwell Publishing , UK.

[2] Lay, T., and T.C. Wallace (1995). Modern global Seismology, Academic Press, New York.

[3] Sadatpour, M.M. (1993) Fundamentals of the Theory of Elasticity, Technical University of Esfahan Press, Esfahan.

[4] Aki, K., and P.G. Richards (2002) Quantitative Seismology: theory and methods, 2th edn,

[5] Udias, A. (1999) Principles of seismology, Cambridge University Press, Cambridge.

[6] Lowrie, W. (1997) Fundamentals of Geophysics, Cambridge University Press, Cambridge.
University Science Books, Sausalito, California.

[7] Bullen, K.E.,and B.A.Bolt (1985) An Introduction to the Theory of Seismology, 4th edn, Cambridge University Press, Cambridge.